

Validation d'une méthode de restitution de l'indice de réfraction d'un ensemble de particules sphériques à partir d'une mesure de la lumière diffusée

Christophe Verhaege, Pascal Personne, Valery Shcherbakov

▶ **To cite this version:**

Christophe Verhaege, Pascal Personne, Valery Shcherbakov. Validation d'une méthode de restitution de l'indice de réfraction d'un ensemble de particules sphériques à partir d'une mesure de la lumière diffusée. 14ème Colloque National de la Recherche en IUT, May 2008, Villeurbanne, France. hal-01896095

HAL Id: hal-01896095
https://uca.hal.science/hal-01896095

Submitted on 15 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Validation d'une méthode de restitution de l'indice de réfraction d'un ensemble de particules sphériques à partir d'une mesure de la lumière diffusée

Christophe Verhaege*, Pascal Personne*, Valery Shcherbakov**

**IUT de Montluçon –Laboratoire de Météorologie Physique*
Département Génie Thermique et Energie
Avenue A. Briand - BP 2235
03101 MONTLUCON Cedex

*** même adresse, Département Génie Mécanique et Productique*

verhaege@moniut.univ-bpclermont.fr

Section de rattachement : 37
Secteur : Secondaire

RÉSUMÉ. Une méthode de restitution a été développée afin de retrouver l'indice de réfraction complexe d'un ensemble de particules sphériques à partir des mesures de la diffusion de la lumière dans différentes directions au moyen d'un néphélomètre. Cette méthode de restitution associe une table de « lookup » à une technique d'inversion. Cette procédure a été testée sur des données calculées, bruitées ou non, et sur des données réelles mesurées par un néphélomètre polaire. Les résultats de cette étude permettent d'établir le domaine d'application et la précision de la méthode.

MOTS-CLÉS : inversion, diffusion de la lumière, indice de réfraction complexe, distribution de taille

1. Introduction

Le néphélomètre polaire à double polarisation de laboratoire (D2PN : Dual Polarization Polar Nephelometer) est un appareil qui permet de caractériser les propriétés optiques d'une population d'aérosols par la mesure directe (sans miroir) de l'indicatrice de diffusion suivant deux directions de polarisation perpendiculaires. La lumière laser incidente est non polarisée et sa longueur d'onde est de 0,8µm. La

puissance diffusée est mesurée pour des puissances pouvant varier de 10pW à 2µW et avec une résolution angulaire de 1°. Le D2PN permet la mesure des indicatrices de diffusion avec une précision inférieure à 5%.

Une méthode d'inversion a été adaptée pour restituer le spectre dimensionnel des particules sphériques ainsi que leur indice de réfraction complexe à partir de la mesure de l'indicatrice de diffusion issue du D2PN. Cet indice dépend de la nature des aérosols.

L'objet de cet article est de présenter la méthode d'inversion, puis d'étudier théoriquement les capacités et la précision de la méthode de restitution de l'indice de réfraction. Enfin un exemple d'application avec une mesure réelle du néphélomètre D2PN sera discuté.

2. Méthode d'inversion utilisée

La méthode d'inversion utilisée repose sur l'utilisation de deux techniques :

- Une méthode d'inversion pour la restitution du spectre dimensionnel pour un indice de réfraction complexe (*m*) fixé (Dubovik et al., 1995).
- Une table de « lookup » pour la restitution de l'indice de réfraction complexe.

L'équation de diffusion de la lumière qui est à la base du modèle d'inversion du spectre dimensionnel est la suivante :

$$\varphi(\theta) = \int_0^\infty \sigma(\theta,D,m)\frac{6}{\pi D^3}\left(\frac{d\mathcal{V}(D,m)}{dD}\right)dD \qquad [1]$$

Cette formule peut être transformée sous une forme matricielle, laquelle est mieux adaptée pour procéder à l'inversion :

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{K} \,.\, \mathbf{a} \qquad [2]$$

$\boldsymbol{\varphi}$ est le vecteur de la mesure de la diffusion de lumière suivant les angles de diffusion θ.

a est le vecteur de la distribution dimensionnelle en volume décomposée en *r* classes de différents diamètres *D*.

K est la matrice qui est déterminée en fonction du modèle de la lumière diffusée et est variable suivant l'indice de réfraction complexe (*m*). Dans notre cas, c'est le modèle de Mie qui est utilisée (Bohren et al., 1983).

σ est la section différentielle de diffusion de la particule, calculée avec la théorie de Mie.

Notation : les lettres majuscules en gras sont des matrices et les lettres minuscules en gras sont des vecteurs. Les lettres en fonte normale sont des scalaires.

Les éléments K_{ij} sont calculés avec la formule ci-dessous :

$$K_{ij} = \frac{6}{\pi} \int_{D_{i-1}}^{D_i} \frac{D - D_{i-1}}{D_i - D_{i-1}} \frac{\sigma(\theta,D,m)}{D^3} dD + \frac{6}{\pi} \int_{D_i}^{D_{i+1}} \frac{D_{i+1} - D}{D_{i+1} - D_i} \frac{\sigma(\theta,D,m)}{D^3} dD \qquad [3]$$

2.1. Inversion à indice de réfraction fixé

Le problème tel qu'il est posé est linéaire, mais la puissance diffusée selon l'angle de diffusion ayant une dynamique qui couvre plusieurs décades, l'équation est transformée en coordonnées logarithmiques. Ainsi le problème devient non-linéaire. Ceci n'est pas problématique car les vecteurs **φ** qui est une caractéristique optique et **a** qui représente la distribution en diamètre, sont définis tous les deux avec des valeurs positives.

La restitution d'une solution statiquement optimale non négative (Dubovik et al., 1995) distingue cette méthode de la méthode linéaire (Philips, 1962 ; Twomey, 1963) et de la méthode non linéaire (Chahine, 1968 ; Twomey, 1975).

$$\mathbf{a}^{q+1} = \mathbf{a}^q - \mathbf{H}^q \{\mathbf{U}^T(\boldsymbol{\varphi}^q - \boldsymbol{\varphi}^*) + \gamma_1 \boldsymbol{\Omega} \mathbf{a}^q + \gamma_2(\mathbf{a}^q - \mathbf{a}^0)\} \qquad [4]$$

$\mathbf{H}^q$ est une matrice diagonale définie comme suivant :

$$\mathbf{H}_{ij}^q = \left(\sum_{i=1}^{r} \left| \mathbf{U}^{qT} \mathbf{U}^q + \gamma_1 \boldsymbol{\Omega} + \gamma_2 \mathbf{I} \right| \right)^{-1} \delta_{ij} \qquad [5]$$

avec $\mathbf{U}^q$ la matrice avec les éléments :

$$\mathbf{U}_{ij}^q = \frac{\mathbf{K}_{ij} \mathbf{a}_i^q}{\varphi_j^*} \qquad [6]$$

φ* : fonction de phase mesurée
φ : fonction de phase inversée
a : distribution
$\mathbf{a}^0$: distribution initiale
Ω : matrice de lissage
γ_1, γ_2 : paramètres de régularisation
q : itération n° q
I : matrice identité
δ est le symbole de Kronecker
^{T} : transposé

Cette méthode est utilisée pour calculer le spectre dimensionnel des particules pour chaque indice de réfraction complexe (m) fixé.

2.2. Méthode de la table de « Lookup »

Avant la présentation de la méthode d'inversion au moyen de la table de « lookup », on définit l'écart quadratique moyen (RMS) qui représente l'écart quadratique entre la

fonction de phase mesurée $\boldsymbol{\varphi^*}$ et la fonction de phase recalculée $\boldsymbol{\varphi_{inv}(m)}$ après l'inversion pour l'indice complexe (m) :

$$RMS(m) = \frac{1}{p}\sqrt{\sum_{i=1}^{p} \frac{\left(\varphi_{i,inv}(m) - \varphi_i^*\right)^2}{\varphi_i^{*2}}} \qquad [7]$$

Avec p : le nombre d'angles de mesure de la lumière diffusée.

Le RMS est calculé pour chaque indice de réfraction complexe (m). Cet indice se décompose en 2 parties : une partie réelle (n) et une partie imaginaire (χ). Le calcul de RMS est effectué pour un indice réel compris entre 1,1 et 1,9 et un indice imaginaire variant de 10^{-10} à 10^{+1}. Pour l'indice réel, il y a 40 pas d'un incrément linéaire de 0,02. Pour l'indice imaginaire, il y a 50 pas et l'incrément est logarithme, ce qui revient à multiplier la valeur précédente de l'indice imaginaire par un facteur de 1,66.

Pour chaque couple d'indice on détermine le RMS et, à la fin de l'itération de la table, la valeur minimale du RMS ainsi trouvée détermine l'indice de réfraction complexe.

Autour de ce minimum, on reconstruit une nouvelle table dont la largeur correspond à deux pas de la recherche précédente. On prend un nouveau pas de recherche, qui est une division par 4 du pas précédent, dans notre cas. On effectue le calcul des RMS pour cette nouvelle table pour l'obtention d'un nouveau minimum. En général, on s'arrête à la troisième table.

Ce minimum est donc la plus petite différence entre la mesure et le modèle sur le domaine d'étude. Plus le domaine à étudier est petit, plus le temps de calcul est court. Il faut donc s'assurer au préalable que la solution se situe bien dans le domaine d'étude.

3. Tests et résultats

3.1. Tests sur des mesures synthétiques (étude théorique)

La méthode de restitution sur des mesures réelles réalisées avec l'appareil D2PN est d'abord testée sur des mesures synthétiques. Les mesures synthétiques sont calculées à partir du modèle direct en prenant une distribution dimensionnelle et un indice de réfraction fixé. Ces mesures synthétiques, simulant une indicatrice de diffusion, sont ensuite bruitées avec un bruit log-normal de 10 %pour reproduire les erreurs de mesure de l'instrument.

La figure 1 représente les valeurs du RMS (cf. échelle de couleur) en fonction de l'indice de réfraction réel et imaginaire avec des valeurs itérées dans le domaine de

variation de la première table. Dans le cas de cette figure, les mesures synthétiques ont été calculées avec un indice de réfraction complexe : m = 1,5 + i 10^{-3} (particules diffusantes). Les résultats montrent que la restitution de l'indice complexe est univoque (minimum unique) avec une excellente précision sur les deux composantes de l'indice réel et imaginaire par rapport aux valeurs fixées initialement.

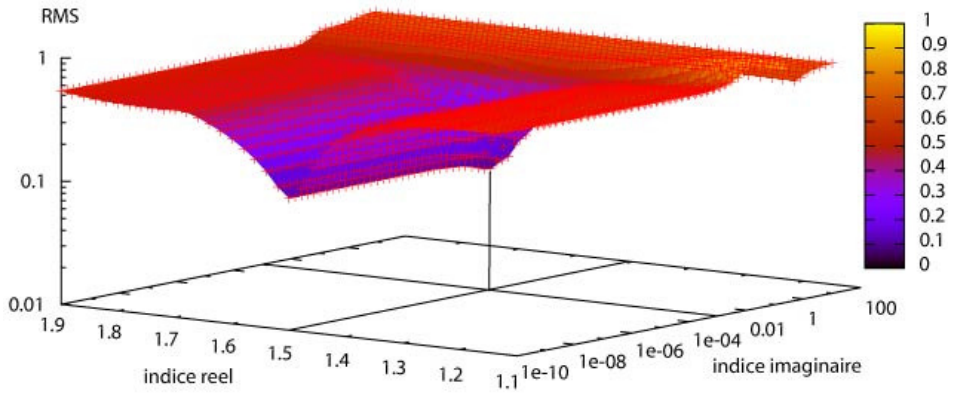


Figure 1 . *Variations du RMS. La mesure synthétique a été calculée avec un indice de réfraction complexe m = 1,5 + i 10^{-3}*

Les résultats de la figure 2 concernent, cette fois-ci, des particules très absorbantes m = 1,5 + i 1,0. Dans ce cas la restitution n'est pas univoque car même si la valeur de l'indice imaginaire est bien restituée (χ=1.0), en revanche l'indice réel est indéterminée (pas de minimum bien marqué).

A partir des deux exemples ci-dessus la méthode d'inversion a été testée sur une large gamme d'indice : (n) de 1,1 à 1,9 et (χ) de 10^{-8} à 1. Le tableau 1 résume le domaine d'application de la méthode de restitution et les précisions sur les résultats. On note que la limitation porte sur la restitution de l'indice réel uniquement pour des particules très absorbantes avec un indice imaginaire supérieur à 0,5. Pour des particules non absorbantes ($\chi \leq 10^{-4}$), la valeur exacte fournie par la méthode n'est qu'indicative. On obtient un ensemble de minima pour des valeur $\chi \leq 10^{-4}$ sans un minima bien marqué.

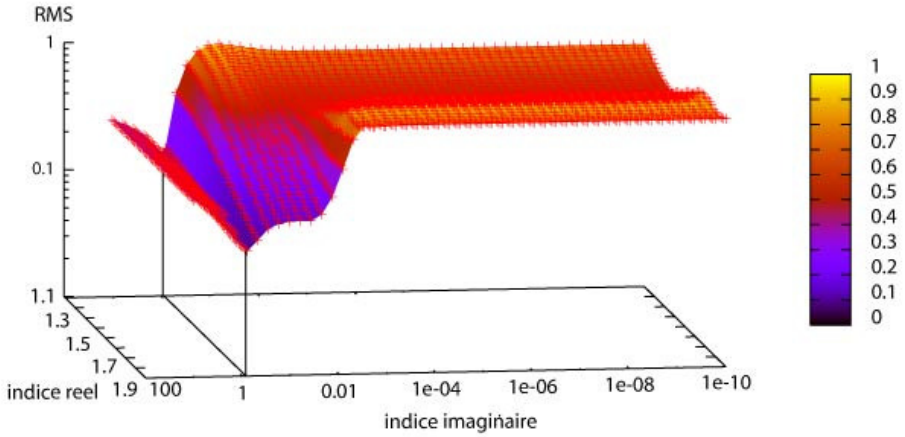


Figure 2 . *Variations du RMS. La mesure synthétique a été calculée avec un indice de réfraction complexe m = 1,5 + i*

χ	$\chi \leq 10^{-4}$	$10^{-4} \leq \chi \leq 5.10^{-3}$	$5.10^{-3} \leq \chi \leq 5.10^{-1}$	$5.10^{-1} \leq \chi$
Δn	± 0,005	± 0,01	± 0,05	Impossible
$\Delta\chi/\chi$	Ind.	± 10 %	± 10 %	± 10 %

Tableau 1 . *Estimation des capacités de restitution et précisions de la méthode d'inversion. Ind. : la valeur indique que les particules sont non-absorbantes*

3.2. Exemples d'utilisation sur des mesures réelles

La méthode de restitution a été testée 'en aveugle' sur un jeu de mesures réalisées avec le D2PN pour plusieurs ensembles de particules de différents indices (différents liquides) et de différentes tailles (différents générateurs). Nous présentons ci-dessous un seul exemple de résultats qui illustre des mesures effectuées avec de l'eau (indice réel de 1,329 et indice imaginaire de $1{,}25.10^{-7}$ pour une longueur d'onde de 800 nm du laser du D2PN, d'Almeida et al., 1991). La mesure de l'indicatrice de diffusion ainsi obtenue par le D2PN est représentée sur la figure 3.

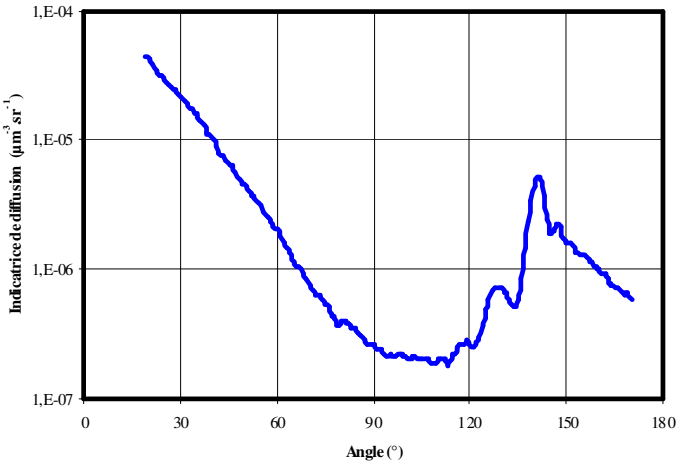


Figure 3 . *Indicatrice de diffusion totale pour de grosses gouttes d'eau ayant un diamètre d'environ 30 µm, mesurée par le D2PN, en fonction de l'angle de diffusion.*

Les résultats de la méthode de restitution de l'indice de réfraction complexe sont représentés sur les figure 4 (même représentation que les figures 1 et 2 ci-dessus) L'examen de la figure 4 montrent que la valeur de l'indice réel (1,333) est bien restituée. En revanche, la restitution de la valeur de l'indice imaginaire n'est qu'indicative car elle est inférieure à 10^{-4}.

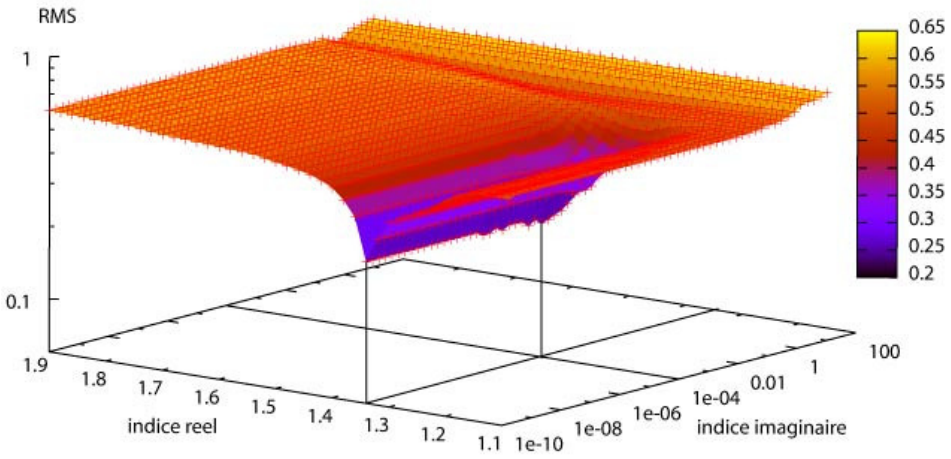


Figure 4 . *Variations du RMS dans le cas de la restitution relative à des gouttes d'eau.*

4. Conclusion et perspectives

Une méthode de restitution « lookup table » associée avec une méthode d'inversion pour calculer le spectre dimensionnel, est capable de retrouver l'indice de réfraction complexe et la distribution en taille d'une population de particules sphériques. Ceci est obtenu sans restituer la valeur d'un minimum secondaire contrairement aux méthodes reposant sur le gradient. Cette méthode est capable de travailler sur une plus large gamme de valeur d'indice de réfraction et de diamètre de particules qu'un certain nombre de méthodes déjà développées.

Une étude théorique a permis de déterminer le domaine d'application et la précision de la méthode de restitution de l'indice de réfraction. La limitation porte sur la restitution de l'indice réel lorsque les particules sont très absorbantes avec un indice imaginaire supérieur à 0,5. Dans le domaine exploré, l'erreur de restitution est inférieur à 10% sur les deux composantes de l'indice de réfraction.

Les tests effectués sur des mesures du D2PN ont permis d'assurer la validité de cette méthode avec ce type de données. Cette méthode pourra être appliquée sur d'autres instruments tel que le néphélomètre polaire aéroporté (Gayet et al., 1997).

Bibliographie

D'Almedia G. A., Koepke P., Shettle E. P., Atmospheric aerosols. Global climatology and radiative characteristics, Hampton Virginia, A. Deepak publishing, 1991.

Bohren C. F., Huffman D. R., Absorption and scattering of light by small particles. 3rd ed., Wiley-Interscience, 1983.

Chahine M. T., Determination of temperature profile in an atmosphere from its outgoing radiance, JOSA, vol. 12, 1968, p. 1634-1637.

Dubovik O. V., Lapyonok T. V., Oshchepkov S. L., Improved technique for data inversion: optical sizing of multicomponent aerosols, Applied Optics, vol. 34, 1995, p. 8422-8436

Gayet J.-F., Crepel O., Fournol J.-F., Oshchepkov S., A new airborne polar nephelometer for the measurement of optical and microphysical cloud properties, Part I, Ann. Geophys., vol. 15, 1997, p. 451-459

Philips B. L., A technique for numerical solution of certain integral equation of the first kind, J. Assoc. Comp. Mach., vol. 9, 1962, p. 84-97.

Twomey S., On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by inversion of the linear system produced by quadrature, J. Assoc. Comp. Mach., vol. 10, 1963, p. 97-101.

Twomey S., Comparaison of constrained linear inverse and an iterative non linear algorithm applied to the indirect estimation of particle size distribution, J. Comp. Phys., vol. 18, 1975, p. 188-200.